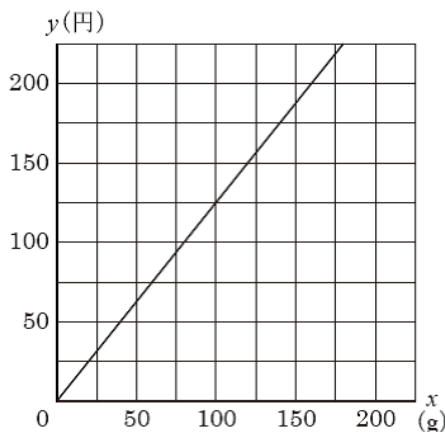


○ 調査問題

問題の学力のレベル
レベル 10-B

4 次の各問いに答えなさい。

(8) 次のグラフは、ある肉の重さ x g とその値段 y 円 の関係を表したものです。
 x と y の関係を式に表しなさい。



○ 調査問題の趣旨・内容

比例のグラフから、 x と y の関係を式に表す問題

【問題内容】 比例のグラフを用いて、 x と y の関係を式に表す。

【作成の趣旨】 この問題は、比例のグラフを用いて、 x と y の関係を式に表せるかをみる問題である。この問題のポイントは、グラフの形状（原点と通る直線）から x と y の関係が比例であることは容易に判断できることから、比例の式 $y = \text{決まった数} \times x$ における、決まった数を求めることである。

正答率が 18.9%、正答以外の比例の式を解答しているものが 53.9% であることから、座標の読み取りや決まった数を求めることの理解が低いものと思われる。特に、座標の読み取りができる点が 1 個であることと、決まった数が分数（小数）になることから、二つの数量における対応している値の商に着目する指導が重要となってくる。

グラフから式を求める際に、その数値が複雑であったり、決まった数が求めにくかったりする場合には、表を用いて表し、表を活用し、式を求める活動も必要となってくる。

○ 誤答分析

出題のねらい	解答類型	①正答	②正答	3	無解答	その他
比例のグラフを用いて、問題解決できる		$\frac{5}{4} \times x$ または $1.25 \times x$ と解答	$y = 125 / 100 \times x$ と解答	1, 2 以外の比例の式を解答		
		18.8%	0.1%	53.9%	13.9%	13.3%

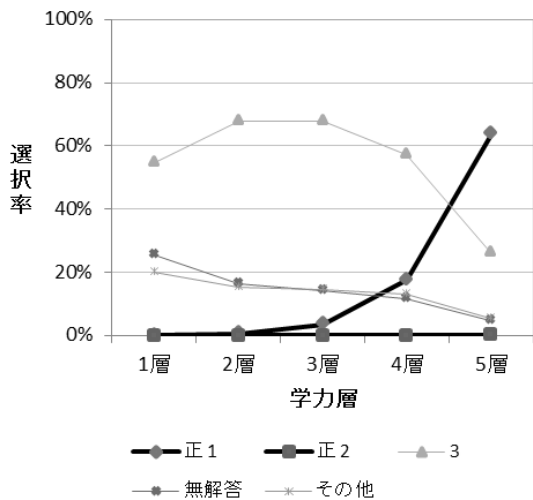
誤答で最も多かったのは、1, 2 以外の比例式を解答しているもの (53.9%) であった。この結果から、比例のグラフから、 x と y の関係を式に表すことの理解が低いと考えられる。比例の式 $y = \text{決まった数} \times x$ については理解しているものの、特に次の 2 点が課題になると考えられる。

① グラフから、グラフが通る点を読み取ること（この問題でいう、 $x=100$ 、 $y=125$ にあたる点）

② 重さ x (g) と値段 y (円) が読み取れた後、決まった数を求めること

決まった数を求め、比例の関係をとらえるのは、グラフや式だけでなく、表も有効な表現の 1 つである。事象を比例や反比例の関係でとらえるとともに、表、式、グラフを用いて事象を考察していく指導が効果的である。

○ G - P 分析



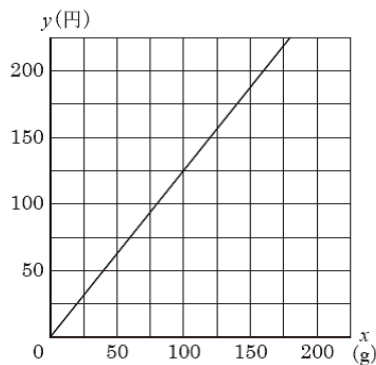
- 正答した生徒は、5層で63.7%、4層で17.7%、3層で3.5%となっている。5層と4層で正答率に大きな差が出ている。
- 誤答(類型3)は、どの層でも選取率が高く、比例についての理解(比例の関係を表すグラフは、原点を通る直線であること)についてはよくできている。
- グラフの通る点を読み取ること、読み取った点から比例の関係式を求めることの2点が重要であるといえる。特に、決まった数(対応している値の商)が、この問題では分数や小数になることから、1層から4層の生徒にとっては、難解な問題であったといえる。
- 中位層の生徒には、決まった数が分数(小数)になる問題やグラフを読み取り、事象を考察する課題について考える場を充実させ、比例についてのより一層の理解を深めさせたい。

○ 指導上の改善ポイント

「グラフの見方を理解し、必要な情報を取り出すこと」と「取り出した情報をもとに、比例の関係を式に表すこと」が重要である。

そのために、日常の事象における伴って変わる数量の関係を表などに表し、変化の特徴を調べることを通して、比例関係を見いだすような活動を取り入れることが大切である。対応している値の商に着目する見方は、関数の考えからみると、2つの数量が比例の関係にあるかどうかを調べ、比例の関係であると判断した上で、通る点を読み取り、決まった数について考えるというように、順序よく考えることが大切である。下の指導例は、教師主導で問題解決の道筋をつけているが、生徒同士での話し合いを通じ、対話的な問題解決を図ることも考えられる。

日常の問題の解決に比例の式、表、グラフを活用する指導



このグラフから、重さと値段の関係はどのような関係があるのでしょうか。

比例の関係です。



どうして、比例の関係といえるのでしょうか。

原点を通っているからです。

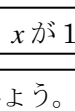


直線だからです。



比例の式は、どのような式ですか。

$y = \text{決まった数} \times x$ です。



グラフが通っている点は、どこにありますか。

x が100(g)、 y が125(円)です。原点も通っています。



これを表に表しましょう。(表を縦にみると) □にあてはまる数(決まった数)はいくつになるか考えましょう。

重さ x (g)	0	100
値段 y (円)	0	125

$\times \square$

$$100 \times \square = 125$$

$$\square = 125 \div 100 = 1.25$$

$$y = 1.25 \times x$$

決まった数



アクティブ・ラーニングの視点

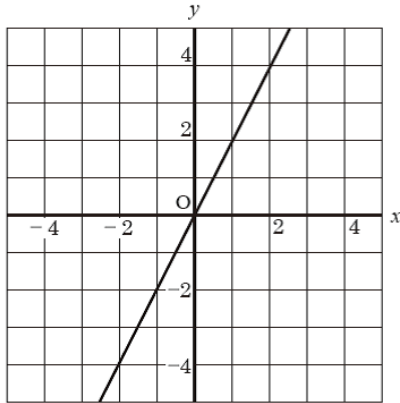


○ 調査問題

問題の学力のレベル
レベル 10-C

4 次の各問いに答えなさい。

(9) 次の図の直線は、比例のグラフを表しています。



x の変域が $-2 \leq x \leq 1$ のとき、 y の変域はどのようにになりますか。

次の ① と ② にあてはまる数を求めなさい。

① $\leq y \leq$ ②

○ 調査問題の趣旨・内容

グラフを利用して y の変域を求める問題

【問題内容】 比例の関係があるとき、 x の変域に制限がある場合に、 y の変域をグラフを用いて求める。

【作成の趣旨】 この問題は、 x の変域に制限がある場合に、 y の変域にもどのような制限がかかるかを考える力を見るものである。また、この問題では比例のグラフが与えられており、比例のグラフを活用する力も必要となってくる。この問題の解決にあたっては、グラフの点を対応させる方法のほかにも、グラフから表や式を考える方法も可能である。「関数のグラフ、式、表を活用しながら、2つの変数 x と y を対応させて事象を捉えられるか」「 x の変域に制限がある場合に y の変域にかかる制限を正しく捉えられるか」「変域を不等号を用いて正しく表すことができるか」など、関数に対する思考力・表現力を総合的にみていくものとして、この問題を作成した。

○ 誤答分析

解答類型	①正答	2 ①2 ②-4 と解答	3 ①-1 ② $\frac{1}{2}$ と解答	無解答	その他の 解答
出題のねらい 変域を表すことができる	28.8%	0.8%	0.5%	18.2%	51.8%

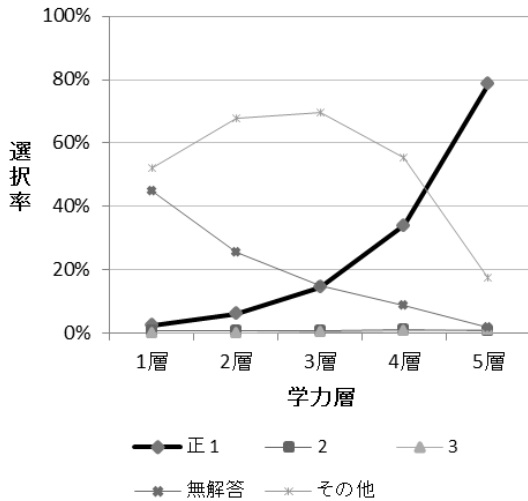
正答率は28.8%であり、比例のとき、 x の変域がある場合に、 y の変域についてグラフを用いて求めることに課題があるといえる。

解答類型2と3も1%未満となっており、グラフから式を求めることができれば代入の誤りをする生徒は少ないと思われる。

その他の解答は51.8%と半数以上おり、多い誤答としては、「 $-2 \leq x \leq 1$ 」「 $1 \leq x \leq -2$ 」などである。 $y=2x$ のグラフを式に表すときに $y=x$ と表したため、そのような誤答が多くなったと考えられ、グラフを式で表すことについての理解が不十分であると考えられる。

また、今回の問題では、グラフを式に表さなくても、グラフを読み取ることによって解くことが可能であるため、変域を求めるときには式を使う方法しかわからない、グラフを使う方法を知らないという生徒もいると考えられる。

○ G - P 分析



- 正答率が全体として低いが、5層の正答率は約79%であり、1～4層の正答率が特に低いことが影響していると言える。このことから、関数関係について十分に理解していないと変域に関する問題は十分に解決できないことが伺える。
- 誤答をした生徒のほとんどが「その他」の解答をしている。1層の無解答率と選択率は50%近い。それに対して、2層は無解答率が約25%に下降するものの、選択率は68%に上昇している。
- このことから、1層は問題に手がつけられない状況があり、2層になると問題に手をつけようとするが解決まで至らない状況があると言える。変域に関する問題は、解決できるようになるまでに、段階を踏んだ理解が必要であり、正答までの過程を丁寧に指導していく必要がある。

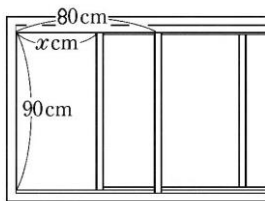
○ 指導上の改善ポイント

変域の学習において、具体的な事象から変域の意味や必要性を踏まえながら、表・グラフ・式に関連付けることで、変域に対する深い理解につながっていくと考えられる。



具体的な事象から、変域について考える指導

<問題設定例>



左の図のような窓があります。このとき、次のことを考えましょう。

- (1) 窓を開けた幅を大きくしていくと、それに伴って変化するものを考えてみましょう。
- (2) 「窓を開けた幅」と「(1)で考えた変化するもの」を表にしてみましょう。

<展開例>

- ① 実際の窓を自分たちで動かしてみて、窓を開けたときに、変化するものを見つけていく。
- ② 「窓を開けた幅」と「自分たちで見つけた変化するもの」を表に表す。
- ③ 全体で発表し、変化するものと表を確認する。
- ④ 表に着目し、変域があることに気付く。
- ⑤ 「変数」や「変域」という言葉の意味を確認する。
- ⑥ 身近な事象の中から、「変域のある事象」と「変域のない事象」を探す。
- ⑦ ⑥で挙げた「変域のある事象」については、変域がどうなるかを考える。

変域を指導していく段階

- 1 具体的な事象で、変域の意味や必要性を感得させ、他の事象においても変域が考えられるようにする。
※できるだけたくさんの事象に触れさせていくことが大切。変域を意識して関数関係を捉える力がつく。
- 2 変域の表し方について触れ、1で表した変域を式で表せるようにする。
- 3 表に着目し、「 x の変域」と「 y の変域」の関連を確認していく。
- 4 表・式・グラフを対応させて、「 x の変域」や「 y の変域」を考えていく。
- 5 「 x の変域」から「 y の変域」を導けるように、様々な問題に触れていく。

○ 調査問題

3 次の各問いに答えなさい。

(3) ある中学校の3年生の昨年度の人数は120人でした。今年度は昨年度と比べて男子は10%増え、女子は10%減ったので、男女あわせて118人でした。このとき、昨年度の男子の人数を x 人、女子の人数を y 人として、連立方程式をつくりなさい。

○ 調査問題の趣旨・内容

「文章を読み取り、連立方程式をつくることできる」かどうかをみる問題

【問題内容】 文章から、数量の関係を的確にとらえ、問題解決をするために、連立方程式をつくる。

【作成の趣旨】 この問題は、具体的な事象の中の数量の関係を捉え、連立二元一次方程式を作ることができるかを問う問題である。一元一次方程式の場合は、文字の数は一つに制限されるため、未知の量がいくつがある場合には、そのうちの1つを x とし、他を x の式で表さなければならなかった。しかし、文字をもう1つ使い、二元一次方程式を用いることにより、その必要はなくなる。一次方程式で解ける問題も、文章から式化することが容易になることから、活用場面が増える。日常生活では、割合を使う場面も多く見られるので、生徒にとっては苦手な内容の1つである割合を使った問題を扱うことにより、一次方程式より連立方程式の方が、手際よく立式できるというねらいでこの問題を作成した。

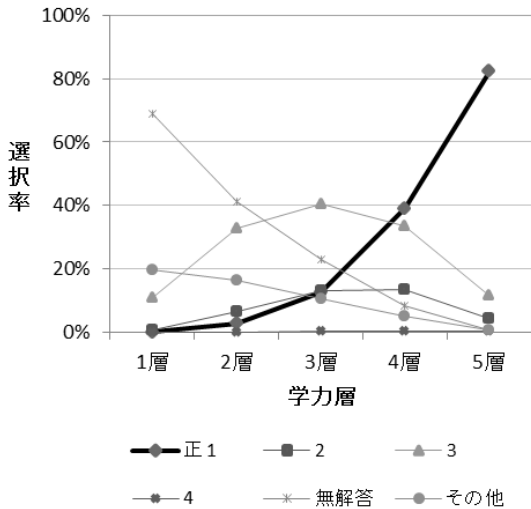
○ 誤答分析

解答類型	① 正答	2	3	4	無解答	その他
出題のねらい		割合を使った二元一次方程式の理解が不十分	割合を使わない二元一次方程式のみが正解	割合を使った二元一次方程式のみが正解		
具体的な事象の中の数量の関係を捉え、連立二元一次方程式を作ることができる	28.7%	7.7%	25.8%	0.3%	27.5%	10.2%

文章から数量の関係を的確にとらえられず、無解答が誤答の中では一番多かった。次に多かったのは、 $x + y = 120$ は立式できたが、割合を使った立式ができなかったというものがある。また、 x 人、 y 人の10%は $0.1x$ 、 $0.1y$ と表現することができても、その増減が-2で、 $0.1x - 0.1y = -2$ とすることが難しかったようで、 $0.1x - 0.1y = 2$ と立式してしまったという誤答もあった。その他の誤答は、昨年度と今年度を間違えてしまい、今年度の人数を x 人、 y 人とおき、 $x + y = 118$ と立式してしまったり、 $1.1x - 0.9y = 118$ 、 $0.01x - 0.01y = -2$ 、 $\frac{110}{x} + \frac{90}{y} = 118$ 、 $(x + 0.1) + (y - 0.1) = 118$ と立式をしてしまったりした誤答もあった。

指導に当たっては、小学校のときに学んだ割合を具体的な数字を使って確認した後、 x 人の20%や30人の y %を文字を利用して表現させるなどして、割合を確認する必要がある。

○ G - P 分析



- 5層の正答率は80%を超え、1, 2層の正答率は、0.1～0.3%なので、ほとんど、4, 5層で正答している問題である。
- 無解答率は全体として、27.5%で、1層で68.9%、2層で41.3%で無解答のほとんどを1, 2層でしめている。連立方程式の文章題では、文字や条件が増えるため、問題文の意味を正しくとらえることが困難な生徒が多いということが証明されている。
- 片方の二元一次方程式のみ立式することができている誤答を見ると、割合を使わない方の式のみ立式した誤答は、3層の40.4%を頂点に山の形になっているが、割合を使った方だけ立式できている誤答は1～5層において、1%に満たない。割合はやはり、生徒にとってつまづきやすい内容の1つであるということがわかる。

○ 指導上の改善ポイント

連立方程式の利用における指導の工夫

文章から、数量の関係を的確にとらえ、連立方程式を利用して問題を解決することができるようにするために、以下の3つの目標に照らし合わせて授業を行っていく。

- ①個数と代金に関する問題において、連立方程式を利用して解決することができる。
- ②速さ・時間・道のりに関する問題を、連立方程式を利用して、解決することができる。
- ③割合に関する問題を、連立方程式を利用して解決することができる。

①の場合

まず、文章題を方程式を使わずに解いてみたり、一次方程式を使って解いてみたりする。様々な考えを引き出し、比較する中で、文字を使わないで解くよりも、文字を使い、一次方程式や連立方程式をつくる方が考えやすいことに気付かせていく。文章問題の苦手意識を解消し、意欲的に問題解決に取り組めるよう、実生活に即した問題設定を工夫することや、問題から数量関係を把握するために、言葉や絵、図、表を用いて数学的活動を充実することが考えられる。

③の場合

★割合について確認する。

- (1) 40人の10%は？ (2) x 人の10%は？ (3) 40人の y %は？

- ・割合の計算のやり方を理解していないといけないので、3問の簡単な割合の計算を考えさせ、割合について理解しているかどうかを確認する。
- ・全ての生徒が割合について理解できるよう一斉指導で、丁寧に説明し、抵抗感が少なくなるようにする。

オレンジ1個ともも1個を買う。定価通りだと2つで250円であったが、オレンジは定価の20%引き、ももは定価の30%引きだったので、代金は190円だった。このオレンジとももの定価はそれぞれいくらか？

- ・グループで追究をする。ノートを見せ合い、自分の考えをグループ内で発表する。説明を聞いて、参考となる考え方をノートに書く。根拠となる絵や図、表、言葉の式を書いたホワイトボードを貼り付け、全体で追究をする。

