

第3節 数 学

第1 本指導実践事例集の活用について

1 作成の基本的な考え方

小・中・高等学校を通じて、児童生徒の発達の段階に応じ、数学的活動を一層充実させ、基礎的・基本的な知識・技能を確実に身に付け、数学的な思考力・表現力を育て、学ぶ意欲を高めることが求められている。そこで、本資料は、中学校学習指導要領の数学の目標と関連させ、特に中学校学習指導要領において求められている数学的活動や言語活動の充実、学年間や学校段階間のスパイラルな学習などを踏まえ、次の点に配慮し作成した。

- (1) 中学校学習指導要領や、埼玉県中学校教育課程編成要領、同指導資料、同評価資料の趣旨を踏まえ、文部科学省の「言語活動の充実に関する指導事例集」や国立教育政策研究所の「評価規準の作成、評価方法等の工夫改善のための参考資料」を参考とする。
- (2) 数量や図形に関する基礎的・基本的な知識・技能の定着、数学的な思考力・表現力を育成するための指導内容や学習活動を具体的に示し、根拠を明らかにし筋道を立てて体系的に考えることや、言葉や数、式、図、表、グラフなどの相互の関連を理解し、それらを適切に用いて問題を解決したり、自分の考えを分かりやすく説明したり、互いに自分の考えを表現し伝え合ったりすることなどの指導を事例として取り上げる。
- (3) 各学校で活用しやすい事例とするため、見出しや構成の工夫をはじめ、レイアウト（写真・図）にも配慮する。

2 取り上げた内容

本資料で取り上げた五つの事例の主なテーマ及び概要は、次のとおりである。

- (1) 言語活動の充実を図った事例 <第1学年「平面図形」、第2学年「一次関数の利用」、第3学年「いろいろな関数」>

数学的な表現を適切に用いることができるよう、具体的な事象を数学的に表現したり、処理したりする技能を高める学習活動を充実させる視点から、三角形を「ずらす」「折り返す」「まわす」という操作的活動を論理的に捉え直し、図形の性質を考察する基礎としての「移動」について、それぞれの意味や性質について理解していくための素地となる事例。

また、数学的な推論を的確に進めることができるよう、思考の過程や判断の根拠などを数学的に表現して説明したり、数学的に表現されたものについて話し合っ解釈したりする学習活動を充実する事例の概要も取り上げた。

- (2) 小・中連携を意識した事例（学校間の円滑な接続に関する工夫） <第1学年「方程式」、「比例」>

比例式の性質を理解し、比例式を利用して具体的な事象についての問題が解決できるようにすることをねらいとし、縮図を使い、小学校の学習と関連付けながら比例式を利用する事例。

小・中のよりよい連携を目指し、小学校段階で学んだ学習内容を十分確認し指導するために、「比例」について小学校で学んだ事項を例として取り上げた。

- (3) 学んで身に付けた数学を学習に活用するための事例1 <第3学年「二次方程式」>

係数が具体的な数で表されている二次方程式を取り上げることで、正方形の面積に結び付けて平方の形に変形することを通して、解の公式が導かれる過程を視覚的に理解させる事例。

- (4) 学んで身に付けた数学を学習に活用するための事例2 <第3学年「関数 $y = ax^2$ 」>

具体的な事象の考察について、今までに学んできた関数に対する考え方、技能、知識などを活用することで、二つの数量の変化や対応の様子を調べ、その特徴を明らかにすることができるという経験を通して、関数関係についての理解を一層深め、事象の考察に生かそうとする態度を育む事例。

- (5) 実験を通して、実感を伴って理解するための事例 <第2学年「確率」>

2枚の硬貨を投げたときの表・裏の出方やその割合について、生徒に予想を立てさせ、実際に多数回の試行などの体験を通して、ある事柄の起こる割合が一定の値に近付くことを実感を伴って理解できるようにし、考えたことを確かめる活動と説明する活動を結び付け、単に楽しく活動する場面だけでなく、質的側面にも目を向けさせる事例。

3 活用に当たっての配慮事項

本資料で取り上げた事例は、課題に対応するための一例である。活用に当たっては、これらの事例を基に、各学校の実態に応じて更に創意工夫していく必要がある。その際、次の点に配慮することが重要である。

- (1) 生徒の状況を各種調査結果等により的確に把握し、それを踏まえて課題設定を工夫するなどして授業を構成する。
- (2) 評価の観点については、各学校の指導と評価の計画に基づき、実態に応じて焦点化するなどの工夫をする。
- (3) 実践後には、評価記録の累積を図り指導と評価のより一層の充実と一体化に生かすとともに、その成果と課題を明らかにし、PDCAの改善サイクルによって、指導と評価の計画、指導方法などについて逐次工夫・改善に努める。

第2 実践事例

事例1 言語活動の充実を図った事例

○数学的な表現を適切に用いることができるよう、具体的な事象を数学的に表現したり、処理したりする技能を高める学習活動を充実する。

本時は、三角形を「ずらす」「折り返す」「まわす」という操作的な活動を論理的にとらえ直し、図形の性質を考察する基礎として「平行移動」「対称移動」「回転移動」について、それぞれの定義や性質について理解していくための素地となる授業である。例えば「平行移動」では、「ずらす」と重なる三角形を見付けるだけでなく、「ずらす」方向と距離を考えさせるなど、判断の根拠などを数学的に表現して説明する学習活動を取り入れている。授業の最後で、回転移動を回転の角度に注目させ、点対称移動で重なる三角形を見付ける練習問題に取り組んだ。答え合わせでは、隣同士で説明し合い、確認し合う場面を設けた。

1 題材名 第1学年「平面図形」

2 題材について

- (1) 小学校算数科では、ものの形についての観察や構成などの活動を通して、図形を構成する要素に少しずつ着目できるようにしている。第4学年までに、三角形や四角形、二等辺三角形や正三角形、平行四辺形や台形やひし形などについて理解し、第5学年では図形の合同、第6学年では縮図や拡大図及び図形の対称性について理解してきている。このように、図形の構成要素、それらの相等や位置関係を考察することにより、図形の見方が次第に豊かになってきている。中学校数学科において第1学年では、平面図形の対称性に着目することで見直しをもって作図し、作図方法を具体的な場面で活用する。こうした学習を通して、平面図形についての理解を深め、直観的な見方や考え方を養うとともに、論理的に考察し表現する能力を培う。また、図形の移動について理解し、二つの図形の関係について調べることを通して、図形に対する見方を一層豊かにする。
- (2) 小学校算数科では、第6学年において一つの図形についての対称性が取り扱われているが、図形を移動の見方からとらえ、図形間の関係として対称性を考察するのは中学校数学科が初めてである。中学校第1学年では、二つの図形のうち一方を移動して重ねることを考えたり、一つの図形を移動する前と後と比較したりして図形の性質をとらえる。図形の移動に関連して、小学校の低学年から、図形の性質を「ずらす」、「まわす」、「裏返す」などの操作を通して考察しており、それによって図形の形や大きさの変わらないことが自然にとらえられている。ここでは、平行移動、対称移動及び回転移動という形や大きさを変えない移動について学習する。図形の移動では、あるきまりに従って図形を他の位置に移すのであるが、その図形を構成している各点があるきまりに従って移動することになる。平行移動は、図形を一定の方向に一定の距離だけ移動することであり、この移動は方向と距離によって決まる。対称移動は、図形をある直線を軸として対称の位置に移す移動である。この移動は、対称軸の位置によって決まる。回転移動は、図形をある点を回転の中心として一定の角だけ回転する移動である。この移動は、回転の中心の位置及び回転角の大きさと回転の向きによって決まる。回転が 180° の場合が、点対称移動である。指導に当たっては、このような図形の移動を通して、移動前と移動後の二つの図形の関係、例えば、直線の位置関係、対応する辺や角の相等関係、図形の合同などに着目することができるようにすることで、図形の性質を見いだしたり、図形の見方をより豊かにしたりすることが大切である。また、合同な図形の敷き詰め模様を観察することによってその中の二つの図形がどのような移動によって重なるかを調べたり、一つの図形を基にしてそれを移動することによって敷き詰め、模様をつくったりすることも考えられる。なお、図形の移動の学習においては、ある図形を実際に移動させた図をかくことになるが、そのような活動を通して、定規、コンパスの使用に慣れさせる。また、作図の意味を理解するために、基本的な作図の方法や結果の正しいことを、図形の移動の見方から確かめることも大切である。このように、移動に関する内容を、作図に関する内容と相互に密接に関連させながら取り扱うことで、平面図形についての理解を一層深めるとともに、第2学年における図形の合同の学習につなげていくことが大切である。

3 目標及び内容

- (1) 観察、操作や実験などの活動を通して、見直しをもって作図したり図形の関係について調べたりして平面図形についての理解を深めるとともに、論理的に考察し表現する能力を培う。
 - ア 角の二等分線、線分の垂直二等分線、垂線などの基本的な作図の方法を理解し、それを具体的な場面で活用すること。
 - イ 平行移動、対称移動及び回転移動について理解し、二つの図形の関係について調べること。

4 指導と評価の計画

18時間扱い（本時1 / 18）＜埼玉県中学校教育課程編成要領P36、37及び同評価資料P54、55参照＞


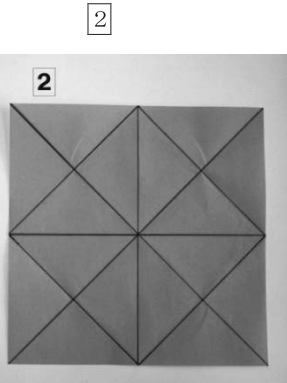
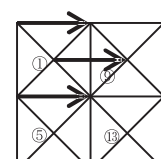
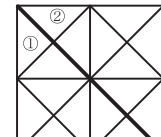
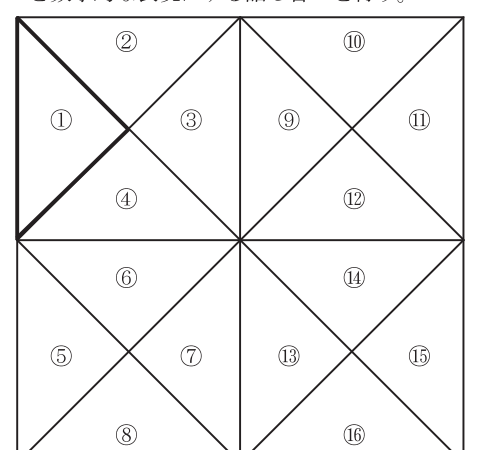
5 本時の学習指導

- (1) 目標
 - ア 折り紙に表れる合同な図形に着目し、移動の視点から図形をとらえようとする。 (数学への関心・意欲・態度)
 - イ 操作的な活動の中にあるきまりや論理性に目を向け、図形の性質を見いだすことができる。 (数学的な見方や考え方)
 - ウ 言葉や記号を用いて表現し、あるきまりに従って図形を移動することができる。 (数学的な技能)

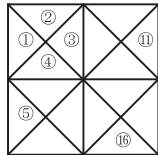
エ 平行移動、対称移動、回転移動の意味と対応する点、線分、角の関係について理解する。

(数量や図形などについての知識・理解)

(2) 学習過程

学習活動と予想される反応	・指導上の留意点 ☆数学的活動（言語活動）	○評価 □指導
<p>1 場面設定をする。</p> <p>②の図は、正方形の折り紙を、①の図のように折ってひろげたもの。</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;">  <p>①</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>②</p> </div> </div> <p>2 問題を解決する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;"> <p>問題(1) ①の三角形をどのように移すと、⑨の三角形と重なりますか。</p> <p>・「ずらす」「スライドする」「スーっとずらす」</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;"> <p>問題(1)' ①の三角形をどの向きにどれだけ移すと、⑨の三角形と重なりますか。</p> <p>・右に、正方形の1辺の長さの半分だけずらす。 T「1辺の長さの半分移すとはどういうことですか？」 S「図形のそれぞれの点を右に1辺の長さの半分ずらす。」</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;"> <p>問題(2) 「ずらす」と、①の直角二等辺三角形と重なる三角形を全て見つけましょう。</p> <p>・⑤—下に、正方形の1辺の長さの半分ずらす。 ⑨—右に、正方形の1辺の長さの半分ずらす。 ⑬—斜め右下に、正方形の対角線の長さの半分ずらす。</p> <div style="display: flex; align-items: center;">  </div> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;"> <p>問題(3) ①の三角形をどのように移すと、②の三角形と重なりますか。</p> <p>・「裏返す」「折る」「折り返す」「パタンと折る」</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;"> <p>問題(3)' 折り返すときの折り目の線はどこですか？ 印を付けましょう。</p> <p>・①と②の間の線分です。</p> <div style="display: flex; align-items: center;">  </div> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>問題(4) 「折り返す」と、①の直角二等辺三角形と重なる三角形を全て見つけましょう。また、そのときの折り目の線を言いましょう。</p> <p>・②—①と②の間の線分、④—①と④の間の線分</p> </div>	<p>・指導上の留意点 ☆数学的活動（言語活動）</p> <ul style="list-style-type: none"> ・生徒一人一人に折り紙を配って、②を作らせる。 ・折ってできた直角二等辺三角形は、全て合同であることを確認する。 ・直角二等辺三角形に①～⑬の印を付けさせる。 ・①の直角二等辺三角形を太線で囲んで印を付けさせる。 <p>☆「ずらす」など生徒の言葉をきっかけに、それを数学的な表現にする話し合いを行う。</p> <div style="text-align: center;">  </div> <ul style="list-style-type: none"> ・①の直角二等辺三角形を切り取ったもので考えさせる。 ・①→⑤（①→⑬）も三つの頂点がどれも下（斜め右下）に、辺の長さの半分（正方形の対角線の長さの半分）だけずらしていることを確認する。 ・「ずらす」移動で重ね合わせることができる個数は、3個。 <p>☆「折り返す」など生徒の言葉をきっかけに、それを数学的な表現にする話し合いを行う。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・紙を折って考えさせる。 <p>・「折り返す」移動で重ね合わせることができる個数は、6個。</p>	<p>○評価 □指導</p> <p>○移動の視点から図形をとらえようとしている。 (関心・意欲・態度)</p> <p>□折り紙に表れる合同な図形に着目させる。</p> <p>○「ずらす」という操作的活動をとおして、図形の性質を見いだすことができる。 (見方や考え方)</p> <p>□単にずらすと重なることの理解だけでなく、どのようにずらしたのかを考えさせ、図と言葉で説明させる。</p> <p>○移動する方向と距離を表すことができる。 (技能)</p> <p>□操作的活動と言葉の表現を関連付ける。</p> <p>○「ずらす」「折り返す」という操作的活動をとおして、図形の性質を見いだすことができる。 (見方や考え方)</p> <p>□折り返すと重なることの理解だけでなく、どのように折ると重なるかを考えさせ、図と言葉で説明させる。</p> <p>○対称軸を表すことができる。 (技能)</p> <p>□操作的活動と言葉の表現を関連付ける。</p>

- ⑪—③と⑨の間の線分
- ⑤—④と⑥の間の線分
- ⑯—⑤と⑧の間の線分
- ③—①と③の頂点を通る線分

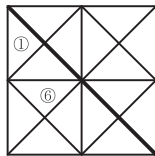


問題(5) ①の三角形をどのように移すと、⑥の三角形と重なりますか。

・「まわす」「回転する」「クルッとまわす」

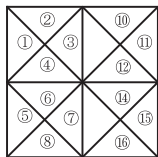
問題(5)'まわすときの回転の中心はどこですか？印を付けましょう。

・①と⑥の重なっている点(共有点)です。



問題(6) 「まわす」と、①の直角二等辺三角形と重なる三角形を全て見付けましょう。また、そのときの回転の中心を言いましょう。

- ・②—①の直角の頂点
- ③—①の直角の頂点
- ④—①の直角の頂点
- ⑥—①と⑥の共有点
- ⑦—④の斜辺の中点
- ⑧—正方形の対角線の交点
- ⑩—正方形の対角線の交点
- ⑪—③の斜辺の中点
- ⑫—正方形②と⑩の共有点
- ⑭—⑥と⑧の共有点
- ⑮—正方形の対角線の交点
- ⑯—⑩と⑫の共有点



3 生徒の言葉を生かして、それぞれの移動について確認する。

- 一つの方向に「ずらす」と重なる移動を「平行移動」という。
- 一つの直線を軸として「折り返す」と重なる移動を「対称移動」という。折った線を「対称の軸」という。
- 一つの点を中心としてある角度だけ「まわす」と重なる移動を「回転移動」という。まわす中心の点を「回転の中心」という。

4 練習問題を解決する。

回転移動のうち、①の直角二等辺三角形を何度回転すると、③の直角二等辺三角形と重なりますか。

一つの点を中心として180度回転させる移動を、「点対称移動」という。

点対称移動で、①の直角二等辺三角形と重なる三角形を全て見付けましょう。また、そのときの回転の中心も言いましょう。

- ☆「まわす」など生徒の言葉の表現を大事に扱う。
- ・透明なシートに①の三角形を写し取ったものを準備しておき、操作活動を通して考えさせる。

- ・「まわす」移動で重ね合わせることができる個数は、12個。
- ・透明なシートに①の三角形を写し取ったものを準備しておき、操作的活動を通して考えさせる。

- ・三つの移動を使って図形を移動させることができることを意識させる。

- ・本時における平行移動、対称移動、回転移動の確認は、生徒の言葉を生かしたもので行う。

- ☆隣同士で、「回転移動」のうち「点対称移動」で重なる三角形を説明し合い、相互評価する。

- 「まわす」という操作的活動をとおして、図形の性質を見いだすことができる。

(見方や考え方)

- まわすと重なることの理解だけでなく、どうやってまわすと重なるかを考えさせ、図と言葉で説明させる。

- 対称の中心を表すことができる。

(技能)

- 操作的活動と言葉の表現を関連付ける。

- 平行移動、対称移動、回転移動の意味と対応する点、線分、角の関係について理解する。(知識・理解)
- 操作と言葉を関連付けながら、生徒に説明させる。

○数学的な推論を的確に進めることができるよう、思考の過程や判断の根拠などを数学的に表現して説明したり、数学的に表現されたものについて話し合って解釈したりする学習活動を充実する。
ここでは、数学的に表現されたものについて話し合って解釈する事例を紹介する。

【第2学年】一次関数の利用

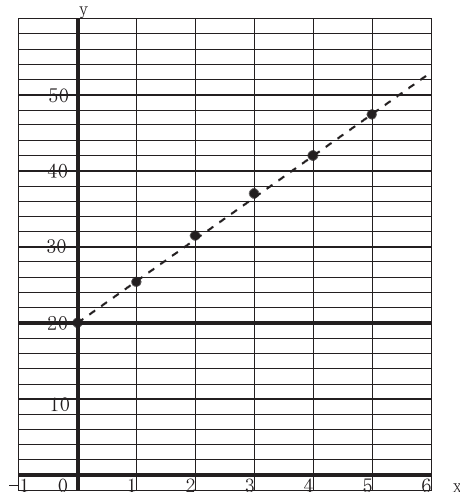
- ① 水を熱し、1分ごとに水温を測り、表に記録する。(ある程度、温度が上昇したところで実験を4～5分ほど行うが、授業では記録例を扱う。)



《記録例》

時間 x (分)	0	1	2	3	4	5
水温 y (°C)	20.0	25.2	31.6	36.9	42.0	47.3

$\overset{+1}{\curvearrowright}$ $\overset{+1}{\curvearrowright}$ $\overset{+1}{\curvearrowright}$
 $\underset{+5.2}{\curvearrowleft}$ $\underset{+6.4}{\curvearrowleft}$ $\underset{+5.3}{\curvearrowleft}$

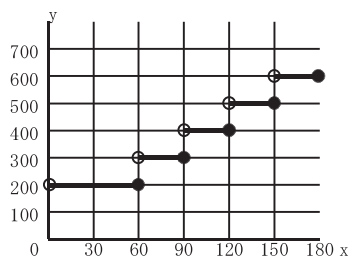


- ② 《記録例》(表・写真・グラフ)のプリントを配布する。
- ③ この結果を話し合う。
- ・なっている ・点が少しずれているから違う
 - ・変化の割合が一定ではないから違う
 - ・温度を記録したり、記録例から考えると一次関数とみなしてよい
- ④ T: 一次関数と見なすとしたら、どんな式になりますか?
- ・ $y=5.5x+20$ (0, 20)と(4, 42)から
- ⑤ T: この場面で5.5とは何ですか? 20とは何ですか?
- 5.5・・・1分あたりに上昇する水温 [°C]
- 20・・・加熱前の水温 [°C]
- ⑥ 水温が80°Cになるのは何分後と考えられますか?

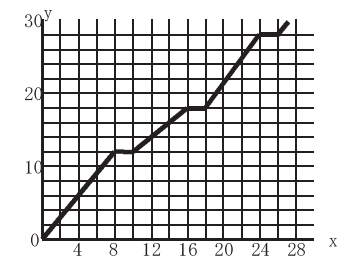
【第3学年】いろいろな関数

- ① 問題「これらのグラフは、それぞれどの場面を表していますか?」

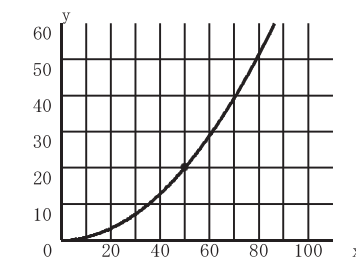
【A】



【B】



【C】



- ア: 自動車の時速と制動距離の関係
イ: ある駐車場の駐車時間と料金の関係
ウ: 自宅から駅まで歩いて往復するときの時間と距離の関係
エ: ある電車の始発駅発車からの時間と距離の関係

- ② 判断とその根拠を話し合う

- ・A→イ…階段状、つながっていない、x軸に平行、白丸と黒丸 など
- ・B→エ…一次関数～一定～一次関数～一定～一次関数、移動と停止を繰り返している など
- ・C→ア…曲線、放物線、制動距離は時速の2乗に比例する など

- ③ エをグラフにするとどうなりますか?

- ④ ①の【A】【B】【C】三つのグラフの形から、他にどんな場面が想像できますか?

【Aの例】鉄道運賃、荷物の運送料、タクシー料金 など

【Bの例】停止を挟む移動(登山や散歩、ジョギング) など

【Cの例】自由落下、面積 など

事例2 小・中連携を意識した事例（学校間の円滑な接続に関する工夫）

○数量や図形に関する基礎的・基本的な知識・技能は、生活や学習の基盤となるものである。数量や図形に関する基礎的・基本的な知識・技能の確実な定着を図る観点から、算数・数学の内容の系統性を重視しつつ、学年間や学校段階間の内容を一部重複させて、発達や学年の段階に応じた反復（スパイラル）による教育課程を編成できるようにする。また、発達や学年の段階に応じた反復（スパイラル）による教育課程により、理解の深まりなど学習の進歩が感じられるようにすることを重視し、児童生徒の算数・数学を学ぶ意欲を高めることが重要である。さらに、小・中学校の間の円滑な接続が強く求められており、既習のことを振り返り、それを新たな視点から再構成することに十分配慮した指導が行われる必要がある。

本時は、比例式の性質を理解し、比例式を利用して具体的な事象についての問題が解決できるようにすることをねらいとした授業である。小学校において、比の表し方や等しい比について学習してきている。中学校における比例式の指導は、一元一次方程式を活用する場面として行うことが考えられる。小学校で学習してきた比の学習を素地として、等しい比では比の値が等しくなることから一元一次方程式とみることができ、比例式を解くことができるようにする。縮図を使い、小学校の学習と関連付けながら比例式を利用する展開とした。

1 題材名 第1学年「方程式」

2 題材について

(1) 小学校では、第5学年までに、倍の考え、分数、比例関係などの学習で、比の素地となる見方を学習してきている。また、第6学年では比について学習している。小学校における比の学習は、比の表し方や等しい比について学習することが中心である。小・中連携の視点で見た比の学習について、下記の対応表としてまとめた。

(小・中連携の視点で見た対応表)

	小学校	中学校
節	<ul style="list-style-type: none"> ・比と比の表し方 ・等しい比の性質 ・比の利用 	<ul style="list-style-type: none"> ・比の値・比例式 ・比例式の性質 ・比例式を利用した問題
語句説明	<ul style="list-style-type: none"> ・ 2 : 3 のように表された割合を比という。 ・ a : b の両方の数に同じ数をかけたりわったりしてできる比は、全て等しくなる。 	<ul style="list-style-type: none"> ・ a : b で、a を b でわったときの商 $\frac{a}{b}$ を比の値という。 ・ a : b = c : d のように、比が等しいことを表す式を比例式という。 ・ a : b = c : d ならば $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ・ a : b = c : d ならば ad = bc
課題例	<ol style="list-style-type: none"> ハンバーグソースを作るとき、ウスターソースとケチャップの量の割合を調べましょう。 4 : 10 と 6 : 15 が等しい比であるか調べましょう。 ケーキを作るのに、小麦粉と砂糖を重さの比が 7 : 5 になるように混ぜます。小麦粉を 140 g 使うとき、砂糖は何 g 必要ですか。 	<ol style="list-style-type: none"> 比例式 3 : 4 = 9 : 12…①を、次のように変形しました。 比の値が等しいから、$\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$ 両辺に分母の 4、12 をかけると、 $\frac{3}{4} \times 4 \times 12 = \frac{9}{12} \times 4 \times 12$ $3 \times 12 = 9 \times 4 \dots ②$ ①と②を比べて、どんなことに気が付きませんか。 180 枚の折り紙を姉と妹で分けるのに、姉と妹の枚数の比が 3 : 2 になるようにしたいと思います。姉の枚数は何枚にすればよいですか。
考え方	<ol style="list-style-type: none"> ア 4 と 6 の公倍数を見付ける。 4 : 10 = 12 : 30 6 : 15 = 12 : 30 イ いちばん小さい整数の比になおす。 4 : 10 = 2 : 5 6 : 15 = 2 : 5 ア 砂糖の重さは、小麦粉の重さを 1 とみると、$\frac{5}{7}$ に当たる。 $140 \times \frac{5}{7} = 100$ 100 g イ 砂糖の重さを x g とする。 7 : 5 = 140 : x x = 100 100 g 	<ol style="list-style-type: none"> 外側の項の積と内側の項の積は等しくなる。 ア 姉と妹の枚数の比が 3 : 2 であるから、全体は 5 となる。姉の枚数を x 枚とすると、 180 : x = 5 : 3 x = 108 108 枚 イ 姉の枚数を x 枚とすると、妹の枚数は (180 - x) 枚になるから、 x : (180 - x) = 3 : 2 x = 108 108 枚 ウ 姉の枚数は、全体を 1 とみると、$\frac{3}{5}$ に当たるので、 $180 \times \frac{3}{5} = 108$ 108 枚

中学校第1学年では、小学校での比の学習の上に立って、比の値を理解し、簡単な比例式を解くことができるようになる。日常生活において、比を用いて考えることも多い。具体的な場面において、比例式をつくり方程式に変形することで問題を解決する。また、比例式が方程式に変形できることから比例式の性質に気付かせ、比例式の性質を利用して問題を解決することもできるようにする。

- (2) 本時は比と比例式の第2時である。前時では、小学校との学習と関連させ、比の基本的な考え方について確認し、比の値の意味について理解している。比が等しいときは比の値が等しくなることを利用して、比例式を方程式に変形して解くことを学習している。また、その変形から比例式の性質について考えている。本時は、日常生活において比を用いて考える場面として、社会科で使用する地図帳を利用する。地図には縮尺があり、日常場面で比が扱われている一つの例である。地図帳に定規をあて、地図上の距離を測ることで、実際の距離を求められることを学習する。小学校では、縮尺について学習しており、縮尺を基にして、地図上の距離を測定することにより実際の距離を求めることを学習してきているため、小学校での学習と関連させた。導入では縮尺を与えず、ある地点間の実際の距離を示すことで、比例式をつくれば測った長さの実際の距離が求められることに気付かせる。そして実測した値から比例式をつくる。縮尺を求めるときには単位の換算が必要なのに対して、比例式の場合はそのままの数を利用できることから、比例式の有用性を感じさせたい。その後の課題2では縮尺を先に与え、比例式を利用して実際の距離を求める問題とし、比例式を利用して問題が解決できるかをみる課題とした。

比例式の指導については、新学習指導要領において加えられたものである。小学校で学習してきたこと・学習していないことを把握し、適切な指導・支援ができるように準備を整える必要がある。また、小学校の学習と関連させ、比の基本について押さえ、比の値について再確認しながら、比例式を解くことにつなげていくようにしていきたい。

3 目標及び内容

方程式について理解し、一元一次方程式を用いて考察することができるようにする。

- (1) 方程式の必要性和意味及び方程式の中の文字や解の意味を理解すること。
- (2) 等式の性質を基にして、方程式が解けることを知ること。
- (3) 簡単な一元一次方程式を解くこと及びそれを具体的な場面で活用すること。

4 指導と評価の計画 (16時間)

16時間扱い (本時15 / 16) < 埼玉県中学校教育課程編成要領 P 36、37及び同評価資料 P 54、55参照 >

5 本時の学習指導

(1) 目標

- ア 比例式を活用することに関心をもち、問題の解決に生かそうとする。 (数学への関心・意欲・態度)
- イ 比例式をつかって解く過程を、自分なりに説明することができる。 (数学的な見方や考え方)
- ウ 日常生活の事象において、数量の関係をとらえ、比例式をつくることができる。 (数学的な技能)
- エ 比例式の性質を基にした、簡単な比例式の解き方について理解する。 (数量や図形などについての知識・理解)

(2) 学習過程

学習活動と予想される反応	・指導上の留意点 ☆数学的活動	○評価	□指導
<p>1 本時の課題を把握する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>Aさんは、職場体験学習で郵便局へ行くことになりました。そこで、右の地図を使って、学校から郵便局までの実際の距離（まっすぐ結んだ直線の長さ）を求めようと思います。学校から図書館までの実際の距離が450mと分かっているとき、学校から郵便局までの実際の距離を求めましょう。</p> </div> <p>(1) 地図記号を確認する。</p> <p style="text-align: center;">図書館 小中学校 郵便局 </p> <p>・定規で地図上の距離を測ってみる。</p>	<p>・指導上の留意点 ☆数学的活動</p>	<p>○評価</p>	<p>□指導</p>
		国土地理院 1:25000 地形図 久喜	

- ・縮尺はいくつなのか。
 - ・比例式に表すことができそう。
- (2) 学校から駅までの実際の距離を x m として関係を表してみる。

2 課題を解決する。

ア 縮尺を求めて考えると、 $450\text{m}=45000\text{cm}$ であるから

$$45000 \div 1.8 = 25000$$

この地図は $1/25000$ の地図なので

$$4.8 \times 25000 = 120000$$

$$120000\text{cm} = 1200\text{m} \quad \underline{1200\text{m}}$$

イ 学校から郵便局までの実際の距離を x m として比例式に表して考えると、地図上の距離の比と実際の距離の比が等しいので

$$1.8 : 4.8 = 450 : x$$

$$1.8x = 2160$$

$$x = 1200 \quad \underline{1200\text{m}}$$

※ 地図上では 1.8cm の長さが実際は 450m であるので、その関係を比例式に表すと

$$1.8 : 450 = 4.8 : x$$

という考えもできる。

ウ 倍の考えを用いて考える。

$$4.8 \div 1.8 = \frac{8}{3}$$

学校から郵便局までの距離は図書館までの距離の $\frac{8}{3}$ 倍であるから

$$450 \times \frac{8}{3} = 1200 \quad \underline{1200\text{m}}$$

3 発表し、比較検討する。

- (1) 発表者以外は、自分の考え方と比べながら聞く。
- (2) 複数の考え方を比較し、それぞれの考え方の特徴や式の立てやすさなどを検討する。
- (3) 比例式を利用して考えることができることを確認する。

4 練習問題を解く。

Bさんは、職場体験学習で消防署へ行くことになりました。先ほどの地図で、学校から消防署までの地図上の距離は 0.8cm でした。学校から消防署までの実際の距離を、比例式を使って求めましょう。

ア $1.8 : 0.8 = 450 : x$

$$1.8x = 360$$

$$x = 200 \quad \underline{200\text{m}}$$

イ $1.8 : 450 = 0.8 : x$

$$1.8x = 360$$

$$x = 200 \quad \underline{200\text{m}}$$

5 本時の学習をまとめる。

- ・身の回りには比例式を利用して解決できるものがある。

- ・ $1 : 25000$ の地図を使用する。ただし、生徒には提示しない。

- ・ 距離を測るときは、地図記号の中心から測ることとする。

- ・ 縮図から実際の距離を求めることは、小学校第6学年で学習している。

- ・ 学校から図書館までの地図上の距離は 1.8cm 、学校から郵便局までの地図上の距離は 4.8cm である。

- ・ 必要に応じて電卓の使用を認める。

☆日常生活にある事象を扱い、身近なものとして捉えさせる。

- ・ 地図上に縮尺が表記されていないので、縮尺を計算して求めなくてはならないことを確認する。

- ・ 比例式に表せば単位を換える必要がなく、そのまま計算できる便利さに気付かせる。

- ・ 地図上で長さを測るため多少の誤差が出るのが予想される。誤差を認めながら授業を進めていく。

☆自分の考えを説明したり、伝え合ったりする。また、人の発表をしっかりと聞き、考え方を理解する。

- ・ 自分の考えと比較しながらお互いの考え方の相違点について考えさせるようにする。

- ・ 縮尺を求めた考え方を取り上げ、比例式で表すことの簡潔さに触れる。

- ・ 消防署の地図記号を確認しておく。

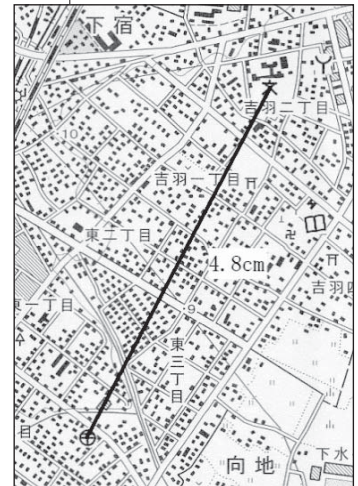


- ・ 縮尺を比で表して求めた生徒がいた場合は、縮尺の表し方には分数と比の形があることを説明する。

○比例式や比の考え方を問題の解決に生かそうとしている。

(関心・意欲・態度)

□地図上で長さを測る必要があることに気付かせる。



国土地理院 1:25000 地形図 久喜

○比例式をつかって解く過程を、自分なりに説明することができる。

(見方や考え方)

□グループの友人に分かりやすく説明できるように支援する。

○数量の関係をとらえ、比例式をつくることができる。

(技能)

□前の課題と関連させ、どの数量を使って比例式をつくるのかを考えさせる。

○比例式の性質を理解し、比例式の解き方を理解している。

(知識・理解)

コラム

小・中・高のよりよい連携のためには、小学校段階で学んだ学習内容を十分確認し、指導することが大切である。関数関係は小校第1学年から学んでいるが、ここでは「比例」について小学校で学んだ事項をまとめる。

【小4】 伴って変わる二つの数量の関係

- ① 二つの量の変わり方を調べるため「表のまとめ方」を学ぶ。表は小学校第2学年から学んでいる。
- ② 一方を一つずつ増やしたときのもう一方の量を書き入れて、表を完成させる。
- ③ 表を縦に見ていき、表から分かることを「ことばの式」や「□や△を使った式」でまとめる。
- ④ 表を横に見ていき、変わり方の特徴を見付ける。
- ⑤ 式にある数を当てはめ、表にない量を求める。
- ⑥ 折れ線グラフを使って、変わり方が等しいと直線になることを学ぶ。
- ⑦ 変わり方を調べるのには、表が便利であることに気付く。

数量の関係を式で表すとき、□や△を使うと便利であることに気付く。

【小5】 簡単な比例の関係 二つの数量の関係

- ① 二つの数量□、△の関係を 「 $\Delta = \text{決まった数} \times \square$ 」 という式で表す。
- ② 表を横で見えていき、□が一つずつ増えると、△は決まった数ずつ増える。
□が2倍、3倍、……になると、それに伴って△も2倍、3倍、……になる。

用語 「このような関係のとき、△は□に比例する」

□だん	1	2	3	4	5
△ cm	15	30	45	60	75

$\times 2 \times 3$
 $\times 2 \times 3$

- ③ 二つの数量が比例しているかどうかは

(ア) 表に表し

(イ) 一方が2倍、3倍、……になると、もう一方も2倍、3倍、……になるか、ならないかで判断する。

【小6】 比例と反比例

- ① 表を横に見ると、
比例する二つの量では、一方の量が2倍、3倍、……になると、他方の量も2倍、3倍、……になり、一方の量が $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{3}$ 、……になると、他方の量も $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{3}$ 、……になる。

- ② 表を縦に見ると

(ア) $\boxed{\text{決まった数}} \times \boxed{\text{一方の量}} = \boxed{\text{他方の量}}$

(イ) $\boxed{\text{他方の量}} \div \boxed{\text{一方の量}} = \boxed{\text{決まった数}}$

x (分)	0	0.5	1	1.5	2	2.5
y (cm)	0	1	2	3	4	5

$\frac{1}{2} \quad \frac{1}{3}$ (横に見て)
 $\frac{1}{2} \quad \frac{1}{3}$ (縦に見て)

$2 \times x$ は y の量になる。
 $y \div x$ はどれも2になる。

- ③ 比例する関係を表す式

$y = \boxed{\text{決まった数}} \times x$

- ④ 比例のグラフ

横軸と縦軸のそれぞれの軸には単位がついていて、横軸の量か縦軸の量か区別しやすい。

比例する関係を表すグラフは、横軸と縦軸の交わる点を通り直線になる。

- ⑤ 表、式、グラフで「比例」についてのまとめを行う。

- ⑥ 日常生活で比例の考えを活用し問題を解決する。

画用紙の枚数と重さ、釘の本数と重さ、針金の長さや重さ、画鋸の個数と重さなど。

【まとめ】

- ① 二つの数量を表でまとめ、横の見方で変化の仕方を学んだり、縦の見方で関係を表す式を学ぶ。
- ② グラフの特徴（直線、決まった点（横軸と縦軸の交わる点）を通る）を学ぶ。
- ③ 比例関係になっているかどうかは、二つの数量の関係を表、式、グラフで調べて判断する。

事例3 学んで身に付けた数学を学習に活用するための事例1

○二次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の解の公式を導くためには、分数の形の式や根号の中に文字を含んだ式を操作することになるので、形式的な変形だけでは理解が困難である。したがって、係数が具体的な数で表されている二次方程式を平方の形に変形することによって、解の公式が導かれる過程を知ることが重視される。

本時は、全ての二次方程式は平方根の考え方を使えば解けることを理解させる授業である。しかし、式の変形や操作が複雑であるため、その意味を正方形の面積に結び付けて視覚的に理解させることとした。

1 題材名 第3学年「二次方程式」

2 題材について

- (1) 小学校第3学年では、具体的な場面で未知の数量を□を用いて表すことを学習している。第4学年では、数量の関係や法則を□、△などを用いて簡潔に式に表すことを学習している。また、第5学年では、簡単な式で表されている関係について見方や調べ方を学習し、第6学年で、数量を表す言葉や□、△の代わりに a 、 x などの文字を用いて式に表すことを学習している。

中学校では、第1学年で文字を用いて数量の関係や法則を式に表したり、式の意味を読み取ったり、文字を用いた式を計算することを学習した後、方程式とその解の意味を理解し、等式の性質を利用した一元一次方程式の解き方を学習している。第2学年では、二元一次方程式について、その中の文字や解の意味を理解し、二つの文字のうち一方の文字を消去して、既知の一元一次方程式に帰着することによる、連立方程式の解き方を学習している。第3学年では、二次方程式とその解の意味を理解し、二次方程式の解き方を学習する。

- (2) 中学校第3学年で学習する二次方程式の解き方は、①因数分解によって一次式の積に変形し解を求める方法 ②等式の変形によって $x^2=k$ の形を導き、平方根の考え方をを用いる方法の二通りがある。②の方法は、式を平方の形に変形することによって、平方根を求めることに帰着させて解くことができ、二次方程式の一般的な解き方として重要な意味をもっている。しかし、式変形や操作が複雑であるため、操作や処理の反復を省略し、能率的に解を求めるために生み出されたのが解の公式である。

3 目標及び内容

二次方程式について理解し、それを用いて考察することができるようにする。

- (1) 二次方程式の必要性と意味及びその解の意味を理解すること。
- (2) 因数分解したり平方の形に変形したりして二次方程式を解くこと。
- (3) 解の公式を知り、それを用いて二次方程式を解くこと。
- (4) 二次方程式を具体的な場面で活用すること。

4 指導と評価の計画

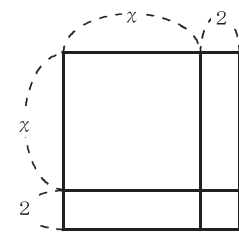
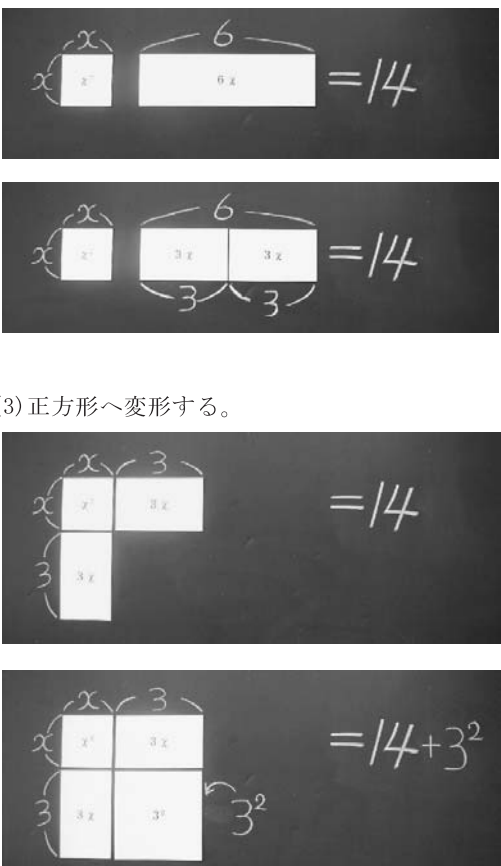

16時間扱い（本時6 / 16）＜埼玉県中学校教育課程編成要領P38、39及び同評価資料P58、59参照＞

5 本時の学習指導

- (1) 目標

- ア 平方根の考え方から面積図を用いて二次方程式を解こうとする。 (数学への関心・意欲・態度)
- イ 二次方程式の解が導かれる過程を面積図を通して考察できる。 (数学的な見方や考え方)
- ウ 正方形の面積から二次方程式を解くことができる。 (数学的な技能)
- エ 二次方程式の解が導かれる過程を理解する。 (数量や図形などについての知識・理解)

(2) 学習過程

学習活動と予想される反応	・指導上の留意点 ☆数学的活動	○評価 □指導
<p>1 前時の学習を振り返る。</p> <p>二次方程式 $(x+2)^2 = 6$ を解きなさい。</p>		
<p>(図)</p> 	<p>(言葉)</p> <ul style="list-style-type: none"> ・正方形の一边を求める。 ・x を求める。 	<p>(式) $(x+2)^2 = 6$</p> $x+2 = \pm\sqrt{6}$ $x = -2 \pm \sqrt{6}$
<p>2 本時の課題を把握する。</p> <p>二次方程式 $x^2 + 6x - 14 = 0$ を解きなさい。</p> <p>(1) 前時との違いを比較する。(発表)</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ $()^2 = \text{数}$ になっていない。 ・ 式の中に x^2 の項と x の項がある。 <p>(2) 数の項を移項し、図、言葉、式で表す。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 二次方程式 $x^2 + 6x - 14 = 0$ を解く。 	<p>・ 生徒のノートに面積図を描かせる。</p> <p>☆ x^2 の項を正方形、x の項を長方形の面積として表す。</p> <p>・ 必要な長さを記入させる。</p>	<p>○面積図を用いて方程式を解こうとしている。 (関心・意欲・態度)</p> <p>□違いをしっかりと整理し、どうすれば前時の形にできるか考えさせる。</p> <p>□前時までの学習を振り返らせ解く手順を確認する。</p>
<p>(図)</p> 	<p>(言葉)</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 数の項を移項する。 ・ 正方形へ変形するため。 x の項を半分にする。  <ul style="list-style-type: none"> ・ 長さが x の辺をあわせる。 ・ 正方形にするために足りない部分を考える。 <p>・ x の係数の半分の2乗をたし正方形にする。</p> <p>・ 両辺を整理する。</p> <p>・ 正方形の面積を表す。</p>	<p>(式)</p> $x^2 + 6x - 14 = 0$ $x^2 + 6x = 14$ $x^2 + 6x + 3^2 = 14 + 3^2$ $x^2 + 6x + 3^2 = 14 + 9$ $(x+3)^2 = 23$

(4) 既習事項を振り返り考える。

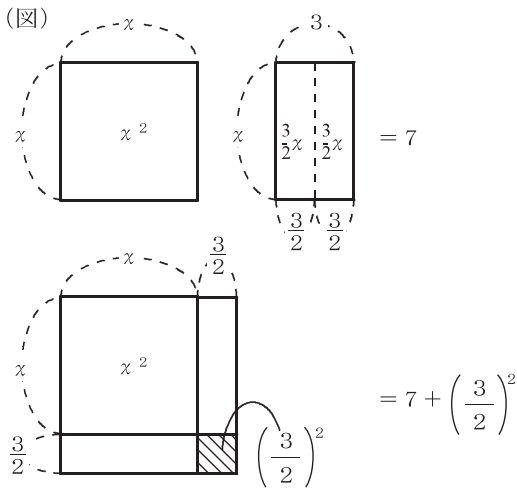
・ 正方形の一边を求める。 $x + 3 = \pm \sqrt{23}$
 ・ x を求める。 $x = -3 \pm \sqrt{23}$

(5) 手順の確認をする。

・ 面積図を通して、 x の係数の半分の 2 乗を意識させて、手順を確認する。

3 次の課題を把握する。

二次方程式 $x^2 + 3x - 7 = 0$ を解きなさい。



4 本時のまとめをする。

・ 二次方程式 $x^2 + px + q = 0$ は $(x + m)^2 = n$ の形 (平方根の考え方) にして解くことができる。

5 練習問題に取り組む。

次の(1)または(2)の二次方程式を解きなさい。

(1) $x^2 + 8x - 5 = 0$

(2) $x^2 + 5x - 2 = 0$

・ x の項を表す長方形の面積を半分にして正方形の辺に加えることを確認する。

・ 正方形にするためには 3^2 の面積を付け足すことが必要であり、 x の係数の半分の 2 乗を確認する。

・ $(x + m)^2 = n$ の形にすることは、正方形の面積を表していることと同じであり、視覚的にとらえられるようにしていることを確認する。

・ 時間の都合や理解の程度に応じて扱わなくてもよいものとする。

・ 前問との違いは、 x の係数が奇数であることを確認させる。

・ 前問の解決方法と対比させながら解決させる。

・ 式を変形し、平方根の考え方をを使うと、すべての二次方程式が解けることを確認する。

・ x の係数の半分の 2 乗を意識させる。

・ 理解の程度に応じて、問題を選択させる。

・ (1) は、 x の係数が偶数の場合。

・ (2) は、 x の係数が奇数の場合。

☆ 平方の形に変形することによって、二次方程式を解く。

○ 解が導かれる過程を面積図を通して考察できる。

(見方や考え方)

□ 付け足す正方形の面積は、 x の係数の半分の 2 乗であることを理解させる。

○ 解が導かれる過程を理解している。(知識・理解)

○ 正方形の面積から二次方程式を解くことができる。

(技能)

□ 分数がでてきても、解く手順は同じであることを繰り返し指導し、次の課題へつなげる。

○ 解が導かれる過程を理解している。(知識・理解)

○ 正方形の面積から二次方程式を解くことができる。

(技能)

事例4 学んで身に付けた数学を学習に活用するための事例2

○具体的な事象の考察について、今までに学んできた関数に関する考え方、技能、知識などを活用することで、二つの数量の変化や対応の様子を調べ、その特徴を明らかにすることができるという経験を通して、関数関係についての理解を一層深め、事象の考察に生かそうとする態度を育む。

本時は、長方形と直角二等辺三角形の重なる部分の面積を、関数 $y = ax^2$ や既習の関数を用いてとらえ、表現することを通して、関数関係を見だし表現し考察する能力を伸ばすようにする。

また、数学的な表現を用いながらその変化や対応の様子を他者に説明するような場面を設定し、事象の考察を深めることができるようにする。

1 題材名 第3学年「関数 $y = ax^2$ 」(いろいろな関数)

2 題材について

(1) 小学校では、第4学年までに伴って変わる二つの数量の関係、第5学年では簡単な比例の関係や数量の関係の見方や調べ方、第6学年では比例と反比例について学習している。

中学校第1学年では、具体的な事象の中から二つの数量を取り出し、それらの変化や対応を調べることを通して、比例、反比例の関係について理解を深めるとともに、関数関係を見だし表現し考察する。第2学年では、第1学年と同様に具体的な事象の中から二つの数量を取り出し、それらの変化や対応を調べることを通して、一次関数について理解するとともに、関数関係を見だし表現し考察する能力をさらに高めるよう学習している。

第3学年では、これまでと同様に、具体的な事象における二つの数量の変化や対応を調べることを通して、関数 $y = ax^2$ を考察する。その際、表、式、グラフを相互に関連付けながら、変化の割合やグラフの特徴など関数の理解を一層深めるとともに、関数関係を見だし表現し考察する能力を一層伸ばす。また、日常生活や社会には既習の関数ではとらえられない関数関係があることを取り扱うことにより、中学校における関数についての学習内容を一層豊かにするとともに、後の学習の素地となるようにする。

(2) 関数は、具体的な事象や場面との関わりの中で学習することが大切である。具体的な場面の中から、既習の関数やそれらの知識などを使って、伴って変わる二つの数量を見だし表現し考察できるようにする。

二つの図形が重なる部分の面積についての題材は、関数 $y = ax^2$ の利用として扱うこともできるが、本時では長方形の置き方を変えることで、重なる部分の面積の変化が関数 $y = ax^2$ と一次関数とを組み合わせたものになり、それらを表や式、グラフに表し、既習の関数を総合的にとらえる学習として扱う。これらの経験を生かし、次時では、例えば交通機関や郵便物の料金の仕組など、既習の関数ではとらえられない関数関係を取り上げ、関係を式で表すことが困難であっても、これまで学習してきた表やグラフを用いて変化や対応の様子を調べ、その特徴を明らかにすることができるという学習を行う。

3 目標及び内容

具体的な事象の中から二つの数量を取り出し、それらの変化や対応を調べることを通して、関数 $y = ax^2$ について理解するとともに、関数関係を見だし表現し考察する能力を伸ばす。

- (1) 事象の中には関数 $y = ax^2$ としてとらえられるものがあることを知ること。
- (2) 関数 $y = ax^2$ について、表、式、グラフを相互に関連付けて理解すること。
- (3) 関数 $y = ax^2$ を用いて具体的な事象をとらえ説明すること。
- (4) いろいろな事象の中に、関数関係があることを理解すること。

4 指導と評価の計画

17時間扱い (本時14 / 17) 〈埼玉県中学校教育課程編成要領P38、39及び同評価資料P58、59参照〉

5 本時の学習指導

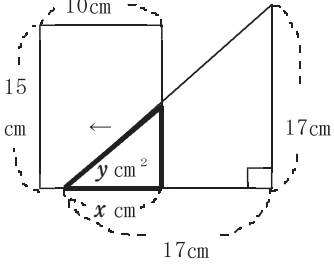
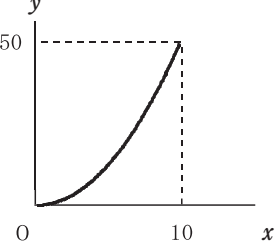

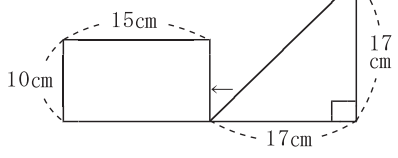
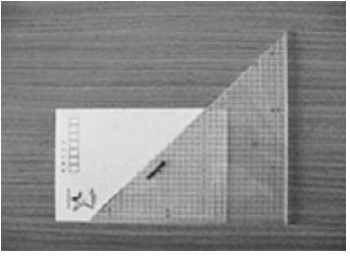
(1) 目標

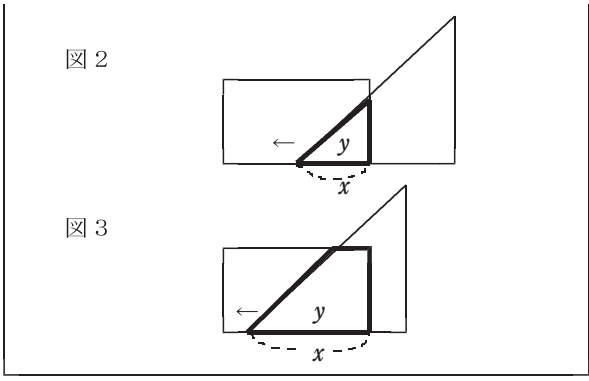
ア いろいろな事象と関数に関心を持ち、表や式、グラフなどで表したり、その特徴を考えようとする。

(数学への関心・意欲・態度)

- イ 具体的な事象の中から見いだした関数関係を既習の関数関係と関連付け、その変化の特徴を考え、説明することができる。
(数学的な見方や考え方)
- ウ 具体的な事象の中から見いだした関数関係を、表、式、グラフを用いて表すことができる。
(数学的な技能)
- エ 具体的な事象の中から見いだした関数関係には、既習の関数や、それらを組み合わせて表すことができるものがある
ことを理解する。
(数量や図形などについての知識・理解)

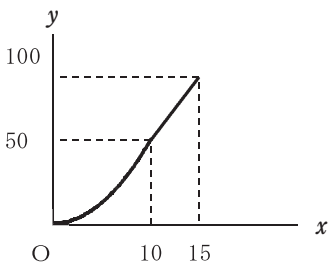
(2) 学習過程

学習活動と予想される反応	・指導上の留意点 ☆数学的活動	○評価 □指導
<p>1 課題を把握する。</p> <div data-bbox="183 510 675 640" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>課題</p> <p>二つの図形が重なっている部分の面積の変化を考えよう。</p> </div> <div data-bbox="183 667 1042 1131" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>問題 1</p> <p>郵便はがきを縦向きに置きます。その上に、直角二等辺三角形の定規を斜辺以外の辺がはがきの底辺に重なるように置き、その定規を、辺を重ねた状態で右から左に平行に移動させていきます。</p>  <p>はがきの縦の長さを 15 cm、横の長さを 10 cm、三角定規の斜辺以外の辺の長さを 17 cm とするとき、重なった部分の長さを x cm、その部分の面積を y cm² とし、x と y の関係を調べましょう。ただし、x の変域は、$0 \leq x \leq 10$ とします。</p> </div> <ul style="list-style-type: none"> ・重なっている部分は、直角二等辺三角形になるので、 $\text{式 } y = \frac{1}{2} x^2 \quad (0 \leq x \leq 10)$ <ul style="list-style-type: none"> ・グラフで表すと 	<ul style="list-style-type: none"> ・郵便はがきの縦の長さは、実際は 14.8 cm だが、15 cm として扱う。  <ul style="list-style-type: none"> ・郵便はがきと直角二等辺三角形の紙を生徒に配付する。 <p>○関数 $y = ax^2$ を用いて具体的な事象をとらえることに関心をもち、その特徴を考えようとしている。 (関心・意欲・態度)</p> <p>□重なっている部分の図形が、直角二等辺三角形であることに気付かせる。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・重なっている部分はどのような図形になっているか考えさせる。 ・表は、必要に応じて書かせる。 ・表、式、グラフなど数学的な表現を用いて、関数を表現する。 ・具体的な事象を扱うときには、変域を必ず考えさせる。 	
<p>2 問題の条件を変える。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・はがきの置き方を変えて考えてみましょう。 <div data-bbox="183 1713 774 2049" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>問題 2</p> <p>問題 1 のはがきを横向きに置きました。 x の変域を $0 \leq x \leq 15$ とし、x と y の関係を調べよう。</p> <p>図 1</p>  </div>		



・式 $y = \frac{1}{2} x^2$ ($0 \leq x \leq 10$)
 $y = 10x - 50$ ($10 \leq x \leq 15$)

・グラフで表すと



3 問題2について、変化の様子を説明し合う。

- ・自分でどうやってその式を導いたかを、途中の式や言葉を使って相手に説明する。
- ・特に、 x の変域が $10 \leq x \leq 15$ のときについて、 $y = 10x - 50$ の式の意味を考える。

考え方① $y = \{(x - 10) + x\} \times 10 \div 2$
 →台形の面積の公式

(台形の面積を、公式に当てはめて求める。)

考え方② $y = 50 + (x - 10) \times 10$
 →台形=直角二等辺三角形+長方形

(台形の面積を、直角二等辺三角形と長方形に分けて求める。)

考え方③ $y = x \times 10 - 50$
 →台形=長方形-直角二等辺三角形

(台形の面積を、大きな長方形から直角二等辺三角形をひくことで求める。)

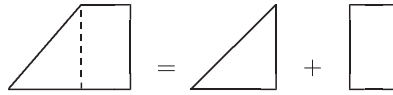
4 まとめ

具体的な事象の中には、既習の関数やそれらの組み合わせととらえられるものがあり、表、式、グラフなどを使ってそれらを表現したり説明したりすることができる。

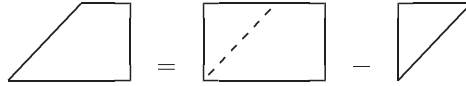
- ・図3は、始めからは示さず、具体物の操作などを通して、重なっている部分の図形が途中で変わること気付かせる。
- ・式化できない生徒に対しては、1 cmずつ動かして面積を確認し、表をつくらせる。

☆既習の関数を基にして、数量の関数を見いだす。

- ・台形=(上底+下底)×高さ÷2
- ・台形=直角二等辺三角形+長方形



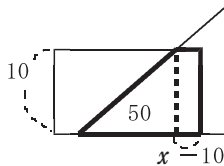
- ・台形=長方形-直角二等辺三角形



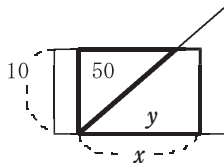
☆表、式、グラフなどの数学的な表現を用いて、変域などを明らかにし、どんな関数かを説明し合うことで、関数に対する理解を深める。

- ・変化や対応の様子を相手に説明するためには、表、式、グラフや具体物などそれぞれのよさや分かりやすさがあることに気付かせる。

・②について



・③について



- ・①、②のやり方で式を求めた生徒には、 $y = 10x - 50$ という式に③の意味があることを読み取らせる。

○具体的な事象の中から見いだした関係を表、式、グラフを用いて表すことができる。
 (技能)

- 具体物の操作などから、関数が途中で変わること気付かせ、 x の変域を考えさせる。
- まずは、 $0 \leq x \leq 10$ の変域で考え、 $10 \leq x \leq 15$ では具体物を1 cmずつ動かして面積を確認させる。

○具体的な事象の中から見いだした関数関係を既習の関数関係と関連付け、その変化の特徴を考え、それを説明することができる。
 (見方や考え方)

- 途中式を示したり、具体物や図を効果的に使って、自分が式を求めた過程を説明するよう促す。
- 相手の説明で分からない点があれば質問するよう促す。

○関数関係には、既習の関数やそれらを組み合わせて表すことができるものがあることを理解している。

- (知識・理解)
- 本時の具体的な例を用いて確認する。

事例5 実験を通して、実感を伴って理解するための事例

○物を動かして考えたり、考えたことを実験して確かめたりする活動と、考えたり説明したりする活動を結び付け、単に楽しく活動する側面だけでなく、質的側面に目を向けさせる。

本時は、2枚の硬貨を投げたときの表・裏の出方を考える題材である。ここでは、2枚の硬貨の表・裏の出方すべての場合が、[表・表][表・裏][裏・裏]の3通りであると考え、誤りが起こりやすいことを、「ダランパールの誤り」から考えさせていく。1人10回程度の実験から予想を立てさせ、実際に多数回の試行などの経験を通して、ある事柄の起こる割合が、一定の値に近づくことを実感を伴って理解できるようにする。そして、確率を用いて不確定な事象をとらえ説明することを通して、「必ず～になる」とは言い切れない事柄についても、数を用いて判断したりすることができるように指導していく。

1 題材名 第2学年「確率」

2 題材について

- (1) 小学校では、第6学年で、具体的な事柄について起こり得る場合を順序よく整理して調べたことを学習している。中学校第1学年においては、相対度数は全体(総度数)に対する部分(階級の度数)の割合を示す値で、各階級の頻度と見なされることを学習している。中学校第2学年では、これらの学習の上で、これまで確定した事象を表すのに用いられてきた数が、さいころの目の出方など不確定な事象の起こりやすさの程度を表すためにも用いられることを知り、確率を用いて不確定な事象をとらえ説明できるようにする。
- (2) 確率とは、ある偶然的な事象の起こる期待の程度を表す数であることや、それが起こる度合いを予想する数であることの理解を図る。確率の学習では、生徒自身による具体的な実験や調査活動の場を設けることが大切である。そこで本時は、物を動かして考えたり、考えたことを実験して確かめたりする活動と、考えたり説明したりする活動を結び付け、単に楽しく活動する側面だけでなく、質的側面に目を向けさせる主体的な実験・調査活動を通して、確率の意味を体験的に理解できるようにしていきたい。

3 目標及び内容

確率の概念を知り、偶然事象が起こる事柄についての考察ができるようにする。また、簡単な場合について確率が求められるようにする。

- (1) 日常生活の中の偶然事象について、適切な予想や計画を立てて行動しようとする。
- (2) 表や樹形図を適切に利用して確率を求めることができたり、偶然事象の起こりやすさについて、多数回試行を通して調べること。
- (3) 起こり得る場合を表や樹形図に整理して、簡単な場合についての確率を求めること。
- (4) 事象の起こる期待の程度を表す数として確率の意味を明らかにし、確率の求め方を理解すること。

4 指導と評価の計画

10時間扱い (本時1 / 10) <埼玉県中学校教育課程指導資料P38、39及び同評価資料P56、57参照>

5 本時の学習指導

(1) 目標

- ア 予想しようしたり、物事の起こりやすさについて考えようとする。 (数学への関心・意欲・態度)
- イ 実験の結果から、確率の意味を導くことができる。 (数学的な見方や考え方)
- ウ 実験の考察がしやすいように実験結果を表に表すことができる。 (数学的な技能)
- エ 確率の意味を理解する。 (数量や図形などについての知識理解)

(2) 学習過程

学習活動と予想される反応	・指導上の留意点 ☆数学的活動	○評価 □指導
1 本時の学習内容について知る。 今日から「確率」ということについて学習します。 「確率」という言葉について知っていることを発表してください。	・身近で確率という言葉がどのような場面で使われているかに目を向けさせる。	○興味をもって発表したり、人の意見を聞いたりする。 (関心・意欲・態度)
・天気予報で雨の降る確率(降水確率) ・宝くじの当たる確率 ・野球選手がヒットを打つ確率		
2 本時の課題を把握する。		

16世紀、ヨーロッパでは「どうしたら、かけ事に勝つことができるか」を研究する人々が現れました。この研究が確率の考えを誕生させるきっかけになったと言われています。確率の考えは、現代社会ではさまざまな分野で活用され、欠かすことのできないものとなっています。今日は、数学史の中で有名な確率の話について考えてみましょう。

フランスの有名な数学者であり物理学者でもあるダランベール(1717～1783)は、2枚の硬貨を同時に投げるとき起こり得るすべての場合を、①2枚とも表、②1枚が表で1枚が裏、③2枚とも裏、と考え、それぞれが1/3の確率で起こると考えました。しかし、その弟子ラプラスが実験をすることでダランベールの考えはおかしいと指摘したのです。

これが「ダランベールの誤り」といわれているものです。ダランベールは、何を間違えてしまったのでしょうか。



〈ダランベール〉

(今回は、硬貨を2回投げる試行ではなく、授業時間の関係上2枚の硬貨を同時に投げる設定とした。)

- (1)何を間違えてしまったのか予想する。
- ・必ずしも1/3の確率にならなかった。
 - ・出方が3通りではない。
 - ・この3通りである。

☆身の回りにあるものと数学を結び付けて考察することができるようにする。

□実際に硬貨を投げるなどして、硬貨の表・裏の出方について考えていくことを意識付ける。

- ・1枚が表でもう1枚が裏と考える場合と、その逆の1枚が裏でもう1枚が表という場合で②は2通りと考えると4通りである。

○予想しようとしたり、物事の起こりやすさを考えようとしている。

(関心・意欲・態度)

- (2)調べ方を考える。
- ・3通りの出方が同じ数になるか試す。
 - ・実際に実験をする。
 - ・10回、50回、100回、1000回。

・出方に目を向けさせる。
・予想と理由が正しいかどうかを確かめるには、実験が必要であることに気付かせる。

○どうすれば調べることができるか考えることができる。(見方や考え方)
○実験方法を理解している。

(知識・理解)

3 実験1を行う。

実験1 (試行回数1人10回) 準備 (10円硬貨 記録用紙 電卓)

- ①10円硬貨を2枚投げる。偶然が左右されるような投げ方にする。
- ②記録用紙に記録する。 [2枚とも表] [1枚が表1枚が裏] [2枚とも裏] の出方に分けて記録する。
- ③10回分を記録用紙に記入する。
- ④個人の結果を表にそれぞれ記入する。



表

裏

- ・記録用紙に回数を「正」で記入する。

☆具体物を操作する活動

□振り方や記録の模範を示し、実験の方法を明確にする。

(例)	2枚とも表	正
	1枚が表・1枚が裏	正
	2枚とも裏	正
	計	10回分

・その都度記入させる。
・10回の試行が終わったところで表に自分の数値を記入させる。

○実験の考察がしやすいように実験結果を表に表すことができる。(技能)

4 実験1の考察を行い、発表する。

- (1)発表する
- ・[1枚が表・1枚が裏]が、[2枚表][2枚裏]よりも多い。
 - ・[2枚表][2枚裏]の出た回数と同じ人も結構いる。
 - ・3通りとも同じくらいの回数の人がある。
 - ・10回ぐらいの実験では確定できない。

☆数学的な表現を用いて根拠を明らかにし筋道立てて説明し、伝え合う活動とする。

○実験の結果から確率の意味を導くことができる。(見方や考え方)

- (2)40人分合計で400回分の実験結果でどんなことが言えるか発表する。
- ・[1枚が表・1枚が裏]が、[2枚表][2枚裏]よりも多くなっている。
 - ・[2枚表][2枚裏]の出た回数はほぼ同じ、[1枚が表・1枚が裏]の出た回数は約2倍。

・硬貨それぞれの表と裏があるから、出方は4通り考える必要がある。

(3) 考察の信憑性を確かめるため、さらに詳しい実験(100回×40人分)をする。

・2枚の硬貨それぞれの表と裏の出方が見分けがつくように、1枚は新品の輝いている10円玉を用意する。記録用紙に違いが分かるように記入する。

5 実験2 を行う。

実験2 (試行回数1人100回) 準備 (10円硬貨(新・旧1枚ずつ) 記録用紙 電卓)

- ①10円硬貨を両手で2枚同時に投げる。偶然が左右されるような投げ方にする。
- ②記録用紙に記録する。[表・表][表・裏][裏・表][裏・裏]の出方に分けて記録する
- ③出方を記録する作業を10回分ずつ10セット行う。
- ④個人の結果を黒板に掲示する表にそれぞれ記入する。



〈新品の硬貨 と 古い硬貨〉

・その都度記入させる。

・記録用紙に回数を「正」で記入する。

○実験の方法を理解している。

(知識・理解)

(例)

新	旧	10回分	20回分	30回分	40回分	50回分	60回分	70回分	80回分	90回分	100回分	総合計
表	表	正	正	正								
表	裏	正	正	正								
裏	表	正	正	正								
裏	裏	正	正	正								

6 実験2の整理と考察を行う。

・黒板の表に記入させる。

(1) 発表する。

・電卓を活用させる。

- ・回数を多くすると、みんなの出方の傾向もだいたい似てきている。
- ・[表・裏][裏・表]と分けると、[表・表][裏・裏]とどれもほぼ同じ回数表れている。
- ・実験1で[1枚が表1枚が裏]が[2枚とも表][2枚とも裏]の出た回数が約2倍になったのは2枚の硬貨を分けて考えなかったからだ。

- ・全体の傾向に目を向けさせる。
- ・それぞれの回数で比較させる。

(2) ダランベールの誤りについて発表する。

- ・2枚の硬貨を投げると、それぞれに表と裏の出方を考えなければいけない。だから、出方は1枚が表のとき、2枚目は表と裏の2通り。1枚が裏のときも2枚目 表か裏の2通りの出方があり、4通りの出方を考えなければいけないところをダランベールは3通りと考えてしまったことだ。

☆数学的な表現を用いて、根拠を明らかにし筋道を立てて説明し、伝え合う活動とする。

7 実験のまとめをし、確率の意味を理解する。

○試行回数が少ないと出方の回数のばらつきが大きいですが、回数が多くなるにしたがい、そのばらつきは小さくなる。
 ○多数回の試行から同様に確からしいことを基にし、不確定な事象の起こりやすさの傾向を読みとることができる。
 * [表・表][表・裏][裏・表][裏・裏]の4通りを考えれば、どの出方も同様に確からしい。その起こることが期待される程度は、どれも1/4であると表している。
 「ある事柄の起こることが期待される程度を表す数を、その事柄の起こる確率という。」

・実験を行わなくても数学的に考える方法があることを伝える。

□今までの学習を振り返りながら、多数回の試行を行うことで、ある事柄の起こる割合が、一定の値に近づくことを理解させる。